

1

ο

ι

α

λ

δ

ε

ω

κ

Βασικές αρχές της Φυσικής

Η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία από επιταχυνόμενα φορτία

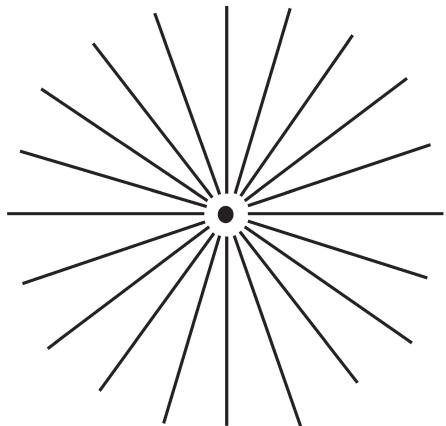
Η επιφάνεια κάθε σώματος σε θερμοκρασία μεγαλύτερη από το απόλυτο μηδέν εκπέμπει ενέργεια, υπό μορφή θερμικής ακτινοβολίας, που οφείλεται στη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων που βρίσκονται κοντά στη επιφάνεια. Αυτή η ακτινοβολία αποτελείται από ηλεκτρομαγνητικά κύματα που έχουν τη ίδια φύση με το ορατό φως, αλλά με μεγαλύτερο μήκος κύματος.

Στη κλασσική ηλεκτροστατική είναι γνωστό ότι γύρω από ένα σταθερό φορτίο q υπάρχει ένα ηλεκτρικό πεδίο που ορίζεται από το διάνυσμα \mathbf{E}

$$\vec{E} = \frac{q}{r^2} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right)$$

(1)

όπου r είναι το διάνυσμα από το φορτίο στο σημείο που υπολογίζεται το πεδίο E και το (\vec{r}/r) είναι το μοναδιαίο διάνυσμα σε αυτή τη διεύθυνση. Το ηλεκτρικό πεδίο συνηθίζεται να παριστάνεται με τις δυναμικές γραμμές που γίνονται έτσι ώστε να είναι πάντοτε παράλληλες με τη διεύθυνση του πεδίου και πυκνότητας (αριθμός γραμμών που διέρχονται από μια επιφάνεια 1 cm^2 κάθετο στη διεύθυνση του πεδίου E) ίση με τη τιμή του πεδίου E . Μία δύο διαστάσεων παράστασης των δυναμικών γραμμών γύρω από ένα ακίνητο φορτίο φαίνεται στο Σχήμα 1. Αυτό το ηλεκτροστατικό πεδίο περιέχει αποθηκευμένη ενέργεια. Πράγματι, εάν ρ είναι η αποθηκευμένη ενέργεια ανά μονάδα όγκου, αυτή συσχετίζεται με τη τιμή του E με τη Εξίσωση (2):



$$\rho = E^2 / 8\pi$$

(2)

εάν το πεδίο είναι σε ένα μέσο με διαπερατότητα ίση με τη μονάδα όπως είναι το κενό. Αυτή η Εξίσωση μπορεί να αποδειχθεί θεωρώντας τη περίπτωση ενός επιπέδου πυκνωτού με παράλληλες πλάκες επιφανείας Α που απέχουν μεταξύ τους απόσταση d και όπου το πεδίο E είναι πάντοτε σταθερό. Η ενέργεια που αποθηκεύεται στο πεδίο ενός στατικού φορτίου είναι και αυτή στατική και δεν ακτινοβολείται υπό μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Εάν δεν ήταν στατική τότε θα παραβιαζόταν η αρχή διατήρησης της ενέργειας. Επίσης είναι φανερό ότι η ενέργεια που αποθηκεύεται

στο πεδίο ενός κινουμένου φορτίου με ομοιόμορφη ταχύτητα δεν ακτινοβολείται αλλά κινείται με το φορτίο, αν

και συνδέεται με το φορτίο ένα μη στατικό ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο E και H αντίστοιχα. Η ολική ενέργεια που αποθηκεύεται στο πεδίο ενός ομοιόμορφα κινούμενου φορτίου είναι μεγαλύτερη από αυτή εάν ήταν ακίνητο διότι η ηλεκτρομαγνητική θεωρία δείχνει ότι έχουμε επίσης και μαγνητικό πεδίο H και επομένως η πυκνότητα ενέργειας (για διαπερατότητα ίση με τη μονάδα) είναι:

$$\rho = 1/8\pi (E^2 + H^2)$$

(2)

Στη περίπτωση που το φορτίο υπόκειται σε επιτάχυνση τα μη στατικά ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία δεν μπορούν να ρυθμιστούν για να μη ακτινοβολείται η αποθηκευμένη ενέργεια όπως στη περίπτωση ενός φορτίου που κινείται με ομοιόμορφη ταχύτητα. Η ηλεκτρομαγνητική θεωρία δείχνει ότι η ολική ενέργεια R που ακτινοβολείται σε όλες τις διευθύνσεις ανά δευτερόλεπτο είναι:

$$R = 2/3(q^2 \alpha^2/c^3)$$

(3)

Το μοντέλο του Rutherford

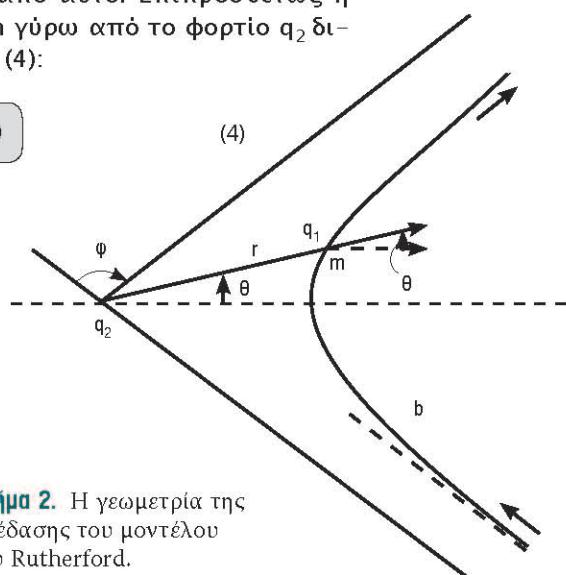
Η πιο σπουδαία πληροφορία για τη δομή του ατόμου ανακαλύφτηκε από το Rutherford το 1911. Ο Rutherford (1911, 1919) διατύπωσε τη θεωρία ότι το άτομο έχει συγκεντρωμένο στο κέντρο του ισχυρό θετικό φορτίο σε μια απόσταση μικρότερη από $3 \times 10^{-12} \text{ m}$ και γύρω από αυτό είναι μια ηλεκτρισμένη σφαίρα αντιθέτου φορτίου που εκτείνεται δια μέσου του υπόλοιπου ατόμου δηλ. σε μια απόσταση

περίπου 10^{-8} m. Η θεωρία αυτή αποδείχθηκε από τους Geiger και Marsden (1913) όταν βομβάρδισαν ένα λεπτό φύλλο χρυσού πάχους 4×10^{-5} cm με σωματίδια α. Αν η θεωρία του Rutherford ήταν σωστή τότε μερικά από αυτά τα σωματίδια θα έπρεπε να αποκλίνουν από τη αρχική τους τροχιά λόγω της δύναμης Coulomb από το φορτίο του πυρήνα που προκαλεί τα σωματίδια α να αποκλίνουν και να διαγράφουν μια τροχιά υπερβολής με κέντρο το άτομο σε μια από τις εστίες της. Στο Σχήμα 2 φαίνεται η τροχιά ενός σωματίδιου α μάζας m, φορτίου $q_1 (=2e)$ και αρχικής ταχύτητας v_0 . Εάν η αρχική διεύθυνση κίνησης του σωματίδιου επεκταθεί θα απέχει απόσταση b από ένα πυρήνα φορτίου q_2 . Αυτή η παράμετρος αλλάζει ανάλογα με τη περίπτωση από μηδέν μέχρι και άπειρο. Ο πυρήνας σκέδασης υποτίθεται ότι είναι βαρύς και επομένως δεν κινείται κατά τη διάρκεια της σκέδασης. Για κάθε b υπάρχει μια ορισμένη γωνία φ που ορίζεται από τη διεύθυνση κίνησης και σκέδασης του σωματίδιου. Θα προσπαθήσουμε να βρούμε αυτή τη σχέση.

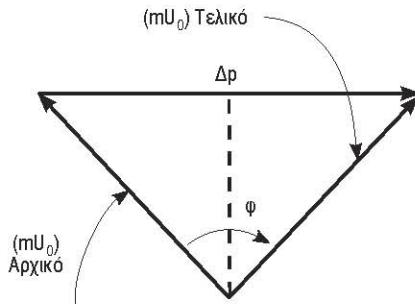
Είναι φανερό ότι η απόκλιση της τροχιάς του σωματίδιου θα είναι μεγαλύτερη όσο πλησιέστερα είναι στο φορτίο q_2 . Η απόσταση b στο Σχήμα 2 είναι η παράμετρος κρούσης. Επειδή σε μεγάλες αποστάσεις από το φορτίο q_2 η δυναμική ενέργεια του φορτίου q_1 στο πεδίο του q_2 είναι αμελητέα η κινητική ενέργεια $1/2mv_0^2$ είναι σε αυτές τις μεγάλες αποστάσεις και η ολική ενέργεια του συστήματος. Επομένως το σωματίδιο α διατηρεί τη αρχική του ταχύτητα μετά τη σκέδαση και το μόνο αποτέλεσμα της διαδικασίας αυτής είναι η αλλαγή της διεύθυνσης της κίνησης κατά μια γωνία φ όπως φαίνεται στο Σχήμα 2. Για να είμαστε πιο ακριβείς το σωματίδιο α ελαττώνει ταχύτητα καθώς πλησιάζει το βαρύ πυρήνα αλλά τη αποκτά ξανά καθώς απομακρύνεται από αυτό. Επιπροσθέτως η γωνιακή στροφορμή του σωματίδιου m γύρω από το φορτίο q_2 διατηρείται και δίδεται από τη Εξίσωση (4):

$$L = mv_0 b = mr^2 d\theta/dt = \sigma t a \theta \quad (4)$$

Η ολική αλλαγή της ορμής στη διαδικασία της σκέδασης είναι διαφορά δυο διανυσμάτων που το κάθε ένα έχει μέγεθος mv_0 όπως φαίνεται στο Σχήμα 3. και είναι ίση με:



Σχήμα 2. Η γεωμετρία της σκέδασης του μοντέλου Rutherford.



Σχήμα 3. Το τελικό αποτέλεσμα της σκέδασης συναρτήσει της ώθησης Δp που αλλάζει τη διεύθυνση αλλά όχι το μέγεθος της ορμής του σωματιδίου.

$$\Delta(mv) = 2mv_0 \eta \mu(\phi/2) \quad (5)$$

Αυτή η αλλαγή της ορμής πρέπει να είναι ίση με τη ολική ώθηση που προέρχεται από τη δύναμη F κατά τη διάρκεια της σκέδασης δηλ.:

$$\Delta p = \int F dt$$

Από τη συμμετρία στο Σχήμα 2 βλέπουμε ότι μόνο η συνιστώσα F_x της F συνεισφέρει σε αυτή τη ώθηση, διότι οι κάθετες συνεισφορές από τη F_ψ στα σημεία της τροχιάς κάτω από το άξονα x εξουδετερώνουν τις αντίστοιχες συνεισφορές στα σημεία πάνω από το άξονα x . Αυτό είναι λογικό διότι η μεταβολή Δp είναι παράλληλη προς το άξονα x όπως φαίνεται στο Σχήμα 3. Έτσι έχουμε:

$$\Delta p = \int F_x dt = \int F \sin \theta dt = \Delta(mv) = 2mv_0 \eta \mu(\phi/2)$$

Το ολοκλήρωμα μπορεί να γραφεί:

$$\Delta p = \int k q_1 q_2 \sin \theta dt / r^2$$

και χρησιμοποιούντες τη (4) παίρνουμε:

$$\Delta p = \frac{k q_1 q_2}{v_0 b} \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} \sin \theta d\theta = \frac{k q_1 q_2}{v_0 b} (\eta \mu \Theta_2 - \eta \mu \Theta_1) \quad (6)$$

όπου Θ_1 και Θ_2 είναι οι γωνίες πριν και μετά τη σκέδαση δηλ.

$$\Theta_1 = -(\pi - \phi/2) \text{ και } \Theta_2 = (\pi - \phi/2)$$

Επειδή $\eta\mu(\pi-\phi)/2 = \sin\phi/2$, η Εξίσωση (6) γίνεται:

$$\Delta p = (2kq_1q_2/v_0 b)\sin\phi/2$$

οπότε, η Εξίσωση (5) λαμβάνει τη μορφή:

$$E\phi/2 = kq_1q_2/mv_0^2 b$$

(7)

Αυτή η Εξίσωση μας πληροφορεί ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου b υπάρχει μια γωνία σκέδασης των σωματιδίων για μια δεδομένη ενέργεια.

Η Εξίσωση (7) δεν μπορεί να εξετασθεί πειραματικά διότι η παράμετρος b δεν μπορεί να μετρηθεί. Για αυτό θα μελετήσουμε τη κατανομή των σωματιδίων σαν συνάρτηση της γωνίας ϕ . Έστω N_0 ότι είναι ο ολικός αριθμός των σωματιδίων που προσπίπτουν στο φύλλο ενός μετάλλου κατά τη διάρκεια του πειράματος. Το ερώτημα που τίθεται είναι τι κλάσμα από αυτά τα σωματίδια θα έχουν παραμέτρους κρούσης $\leq b$. Δηλ. για τη περίπτωση των α σωματιδίων είναι ανάγκη να γνωρίζουμε εάν υπάρχει ένας πυρήνας στη περιοχή με επιφάνεια πb^2 . Ο αριθμός των σωματιδίων που προσπίπτουν στο πυρήνα με αυτή τη επιφάνεια είναι:

$$N=N_0(\pi b^2)\rho t$$

(8)

(Επειδή η επιφάνεια πb^2 είναι εκείνη που αντιστοιχεί για μια γωνία σκέδασης μεγαλύτερη από τη ϕ). Έτσι εάν διαφορίσουμε τη Εξίσωση (8) παίρνουμε:

$$dN=2\pi N_0 \rho t b db$$

(9)

όπου dN είναι ο αριθμός των σωματιδίων που προσπίπτουν με παραμέτρους μεταξύ b και $b+db$ και τα οποία σκεδάζονται δια μέσου των αντιστοίχων γωνιών ϕ και $\phi+df$.

Λύνοντας τη Εξίσωση (7) ως προς b παίρνουμε:

$$b=kq_1q_2/mv_0^2 \sigma \phi \phi/2$$

(10)

$$db=kq_1q_2/mv_0^2 d\phi/\eta \mu^2 \phi$$

(11)

οπότε η (9) παίρνει τη μορφή (12):