

# ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΑΙΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΑΙΜΑΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ ΣΕ Η/Υ

# 1

ΚΟΥΤΣΙΑΡΗΣ ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ

Το αίμα είναι ένα ρευστό που κινείται μέσα στα αγγεία του ανθρώπου με τελικό σκοπό να εξυπηρετήσει τις μεταβολικές ανάγκες των ιστών. Η κίνηση του αίματος προκαλείται από την καρδιά αλλά σε ορισμένες περιπτώσεις υποβοηθείται και από τα τοιχώματα των αγγείων (π.χ. αορτή) καθώς επίσης και από ιστούς που περιβάλλουν τα αγγεία (π.χ. μυοφλεβικές αντλίες).

Η πολυπλοκότητα του συστήματος αυξάνεται και άλλο από το γεγονός ότι το αίμα δεν είναι ένα «απλό» ρευστό. Από το δεύτερο τέταρτο του 20ου αιώνα διαπιστώθηκε ότι το αίμα παρουσίαζε «περίεργες» ιδιότητες οι οποίες συμβάλλουν στην ιδιαίτερη ρεολογική του συμπεριφορά.

Σε αυτό το σύντομο κεφάλαιο θα γίνει μία εισαγωγή σε βασικές αρχές της αιμοδυναμικής και της ρεολογίας του αίματος οι οποίες είναι απαραίτητες για να κατανοηθούν οι διαγνωστικές τεχνικές και οι κλινικές μετρήσεις που παρουσιάζονται στα παρακάτω κεφάλαια. Επίσης, θα αναφερθούν συνοπτικά τα απαραίτητα βήματα για την υπολογιστική προσομοίωση της αιματικής ροής σε μεγάλα αγγεία με βάση κλινικές εικόνες (patient based computational fluid dynamics).

## ΕΙΔΗ ΡΟΗΣ

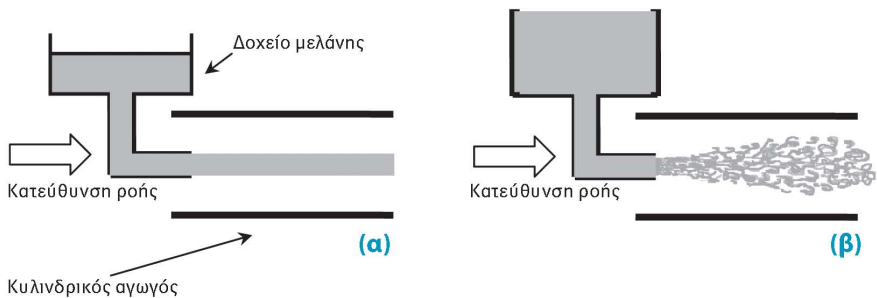
Με κριτήριο τη χωροχρονική μεταβολή της ταχύτητας ενός ρευστού, η ροή του μπορεί να χαρακτηριστεί ως ομοιόμορφη ή ανομοιόμορφη, μόνιμη ή μη μόνιμη και μονοδιάστατη, δισδιάστατη ή τρισδιάστατη. Με κριτήριο την ύπαρξη ιξώδους ή όχι, η ροή μπορεί να χαρακτηριστεί αντίστοιχα ως ιξώδης ή άτριβη, ενώ με κριτήριο την αλλαγή της πυκνότητας του ρευστού ή όχι, η ροή μπορεί να χαρακτηριστεί αντίστοιχα ως συμπιεστή ή ασυμπίεστη. Τέλος, με κριτήριο το εάν η ροή γίνεται κατά στρώματα ή όχι (χαοτική), χαρακτηρίζεται αντίστοιχα ως στρωτή ή τυρβώδης. Ένας αριθμός που χρησιμοποιείται για το χαρακτηρισμό της στρωτής ροής, σε κυλινδρικούς αγωγούς, είναι ο αριθμός Reynolds:

$$Re = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{VD}{\eta}$$

Όπου  $\rho$  η πυκνότητα του ρευστού,  $V$  η μέση ταχύτητα διατομής,  $D$  η διάμετρος του σωλήνα,  $\mu$  το δυναμικό ιξώδες του ρευστού το οποίο μετράται σε mPa.s (χιλιοστά του Pascal x second) και  $\eta$  το κινηματικό ιξώδες ίσο με  $\mu/\rho$ .

Το **ιξώδες** ορίζεται ως ένα μέτρο της «εσωτερικής» τριβής της ροής του υγρού και πολλές φορές ονομάζεται και «συνεκτικότητα». Επομένως, από την εξίσωση ορισμού γίνεται κατανοητό ότι ο αριθμός  $Re$  εκφράζει τον αδιάστατο λόγο των αδρανειακών δυνάμεων προς τις ιξώδεις δυνάμεις.

Γενικά εάν  **$Re < 2000$**  η ροή θεωρείται στρωτή (Εικόνα 1.1).

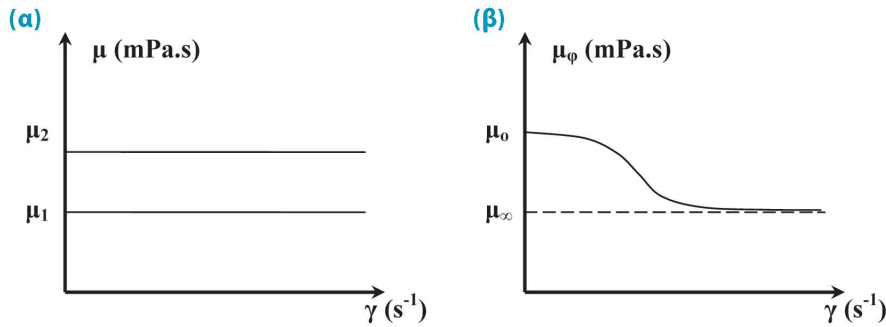


**Εικόνα 1.1** (α) Στρωτή ροή ( $Re \leq 2000$ ) και (β) Τυρβώδης ροή ( $Re > 2000$ )

## ΑΙΜΑΤΙΚΗ ΡΟΗ

Η ροή του αίματος στο κυκλοφορικό σύστημα του φυσιολογικού ανθρώπου χαρακτηρίζεται ως **ιξώδης** και **ασυμπίεστη** (όπως και οι περισσότερες περιπτώσεις ροής υγρών) και **γενικά στρωτή** εκτός από ορισμένες εξαιρέσεις (όπως στην αορτή κατά τη συστολική φάση). Επίσης, σε ορισμένες περιπτώσεις (ανάλογα με την περιοχή του κυκλοφορικού συστήματος) η αιματική ροή μπορεί να χαρακτηριστεί ως μονοδιάστατη, ομοιόμορφη και μόνιμη αλλά εν γένει είναι **τρειςδιάστατη, ανομοιόμορφη** και **μη μόνιμη**.

Προηγουμένως αναφέρθηκε ότι η αιματική ροή είναι ιξώδης και εισήχθη το ιξώδες  $\mu$  ως μία σταθερά στον ορισμό του αριθμού  $Re$ . Στην πράξη μόνο μία κατηγορία ρευστών έχει σταθερό ιξώδες σε σχέση με τις χωρικές μεταβολές της ταχύτητας ( $\gamma$ ) και είναι η κατηγορία των Νευτωνικών ρευστών. Τέτοια ρευστά είναι το νερό και το πλάσμα του αίματος και τυπικές καμπύλες τους φαίνονται στην Εικόνα 1.2 (α).



**Εικόνα 1.2** (α) Καμπύλες ροής δύο Νευτωνικών ρευστών με ιξώδη  $\mu_1$  και  $\mu_2$  όπου  $\mu_2 > \mu_1$  (β) Τυπική καμπύλη ροής συστολικού μη Νευτωνικού ρευστού όπως είναι το αίμα

Το αίμα ανήκει σε μία από τις κατηγορίες των **μη Νευτωνικών ρευστών** που ονομάζονται **συστολικά** ή **λεπτυνόμενα** ή **ψευδοπλαστικά** ρευστά και τα οποία χαρακτηρίζονται από μία αρχική τιμή ιξώδους  $\mu_0$  η οποία καθώς αυξάνονται οι μεταβολές της ταχύτητας ελαττώνεται μέχρι μία οριακή τιμή  $\mu_\infty$  όπως φαίνεται στην Εικόνα 1.2 (β). Στην πράξη, αυτή η οριακή τιμή για το ανθρώπινο αίμα στους 37 °C, κυμαίνεται μεταξύ 3 και 4 mPa.s.

## ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ

Οι γενικές φυσικές αρχές της διατήρησης της μάζας, της ενέργειας και της ορμής ισχύουν στη μηχανική των ρευστών και άρα στην αιμοδυναμική. Η **αρχή διατήρησης της μάζας** ονομάζεται και νόμος της συνέχειας και έχει εξαιρετικό ενδιαφέρον όχι μόνο από αιμοδυναμική άποψη αλλά και από κλινική, διότι εξηγεί την αιμοδυναμική συμπεριφορά στην περίπτωση της στένωσης, η οποία είναι και η κλασική εκδήλωση της αθηρωμάτωσης.

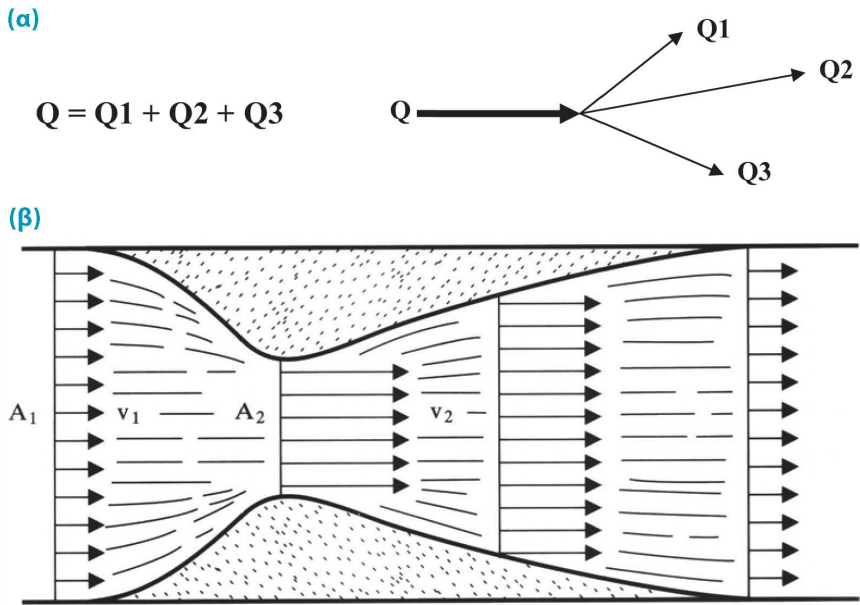
Η αρχή διατήρησης της μάζας ορίζει ότι η ποσότητα της μάζας ρευστού που εισέρχεται σε ένα σύστημα αγωγών ανά μονάδα χρόνου ισούται με την ποσότητα που εξέρχεται και φαίνεται διαγραμματικά στην Εικόνα 1.3 (α), μαζί με την αντίστοιχη σχέση.

Το ενδιαφέρον που παρουσιάζει ο νόμος για τον κλινικό ιατρό είναι η εφαρμογή του στη διάγνωση των στενώσεων δηλαδή στην εφαρμογή του όταν έχουμε ένα μόνο αγγείο του οποίου η αρχική διατομή  $A_1$  μικραίνει σε διατομή  $A_2$  λόγω κάποιας παθολογικής στένωσης. Εφαρμόζοντας το νόμο της συνέχειας στις 2 διατομές έχουμε:

$$Q_1 = Q_2$$

$$V_1 A_1 = V_2 A_2$$

όπου  $V$  η «μέση» ταχύτητα διατομής και  $A$  το εμβαδό της εγκάρσιας διατομής.



**Εικόνα 1.3** (α) Αρχή διατήρησης της μάζας σε σύστημα αγωγών και (β) αρχή διατήρησης της μάζας σε έναν αγωγό. Το μεγαλύτερο μήκος των βελών της ταχύτητας  $V_2$  υποδηλώνει και μεγαλύτερο μέτρο ταχύτητας

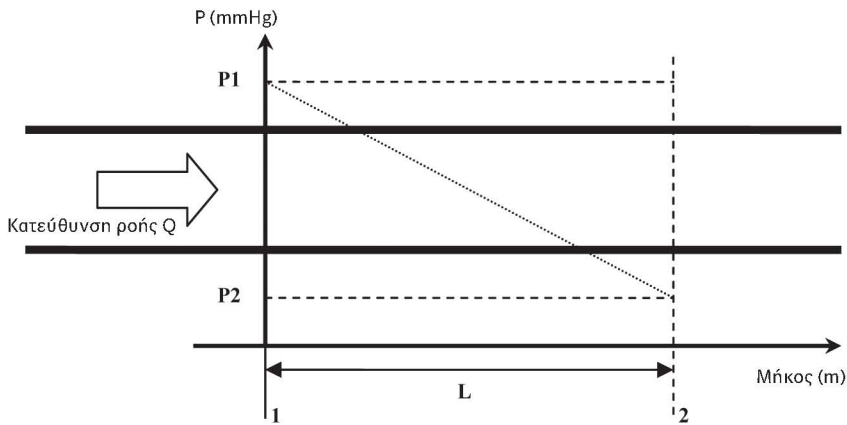
Επομένως, όταν το  $A_2$  μικραίνει λόγω στένωσης, για να συνεχίσει να ισχύει η εξίσωση θα πρέπει η ταχύτητα  $V_2$  να αυξηθεί όπως φαίνεται στην Εικόνα 1.3 (β). Αυτός είναι ο λόγος που στη θέση των αρτηριακών στενώσεων μετρώνται μεγάλες ταχύτητες οι οποίες μάλιστα γίνονται μεγαλύτερες όσο μεγαλώνει η στένωση. Έτσι, ενώ φυσιολογικά καμία ταχύτητα στο αγγειακό σύστημα δεν πρέπει να υπερβαίνει περίπου το 1.5 m/s, στις στενώσεις μπορούμε εύκολα να δούμε τιμές πάνω από 4 m/s.

## ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ POISEUILLE

Θεωρώντας ότι έχουμε στρωτή και μόνιμη ροή, Νευτωνικού ρευστού, μέσα σε κυλινδρικό αγωγό διαμέτρου  $D$ , τότε η διαφορά πίεσης  $\Delta P$  μεταξύ δύο σημείων 1 και 2 κατά μήκος της ροής, αποδεικνύεται ότι δίνεται από τον εξής τύπο (**νόμος του Poiseuille**, Εικόνα 1.4):

$$\frac{\Delta P}{Q} = \frac{128\mu L}{\pi D^4}$$

Όπου  $L$  = η απόσταση που απέχουν τα δύο σημεία,  $Q$  η παροχή αίματος μέσα στον αγωγό σε  $m^3/s$  και  $\mu$  το ιξώδες.



**Εικόνα 1.4** Σχηματική παράσταση της πτώσης πίεσης που προκαλείται σύμφωνα με το νόμο του Poiseuille ( $\Delta P = P_1 - P_2$ )

Φαίνεται αμέσως η αντιστοιχία με το νόμο του Ohm στα ηλεκτρικά κυκλώματα, όπου στη θέση της πτώσης τάσης  $\Delta V$  είναι η πτώση πίεσης  $\Delta P$ , στη θέση της έντασης ρεύματος  $I$  είναι η παροχή  $Q$ , και στη θέση της ηλεκτρικής αντίστασης  $R$  είναι ο όρος  $128 \mu L / \pi D^4$  που ονομάζεται «**υδραυλική**» **αντίσταση  $R_\eta$  ή αντίσταση «ροής»**.

Η **τέταρτη δύναμη της διαμέτρου** υποδεικνύει την τεράστια σημασία αυτού του παράγοντα στην τελική τιμή της υδραυλικής αντίστασης. Παραδείγματος χάριν, μία αύξηση της διαμέτρου κατά 20% αρκεί για να ελαττώσει στο μισό την αντίσταση και άρα να διπλασιάσει την παροχή. Αντίστοιχα, η ανάπτυξη ψευδοενδοθηλίου πάχους της τάξης του 1mm, σε ένα συνθετικό μόσχευμα με εσωτερική διάμετρο της τάξης των 10 mm, οδηγεί σε μείωση της διαμέτρου μόνο κατά 20% αλλά σε δραματική αύξηση της αντίστασης κατά 244%.

Κλασική εφαρμογή της σημασίας της διαμέτρου είναι η έννοια της **κρίσιμης στένωσης**. Θεωρητικά σύμφωνα με το νόμο της συνέχειας, η συνεχιζόμενη μείωση της διαμέτρου στην περιοχή μίας στένωσης, θα έπρεπε να προκαλεί μία συνεχιζόμενη αύξηση της ταχύτητας ώστε να διατηρείται η ίδια παροχή. Αυτό πράγματι συμβαίνει μέχρι μία κρίσιμη τιμή όπου η **εγκάρσια επιφάνεια της στένωσης γίνεται περίπου ίση με το 75% της αρχικής ελεύθερης εγκάρσιας επιφάνειας του αγγείου**. Μετά από αυτό το σημείο της κρίσιμης στένωσης, η αύξηση της υδραυλικής αντίστασης που προκαλείται είναι τόσο μεγάλη ώστε να προκαλεί πτώση πίεσης εκατέρωθεν της στένωσης και άρα πτώση της παροχής. Τυπικές τιμές αυτών των πτώσεων είναι της τάξης του 5%, αλλά για στενώσεις μεγαλύτερες της κρίσιμης στένωσης, αυξάνονται εκθετικά. Όταν η στένωση πλησιάσει το 100% της διαμέτρου, η παροχή πλησιάζει το μηδέν και η πτώση πίεσης μεγιστοποιείται.

Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι η **κρίσιμη στένωση αντιστοιχεί σε ελάττωση της διαμέτρου του αυλού κατά 50%, μόνο στη συμμετρική περίπτωση** που φαίνεται στην Εικόνα 1.5 (α).